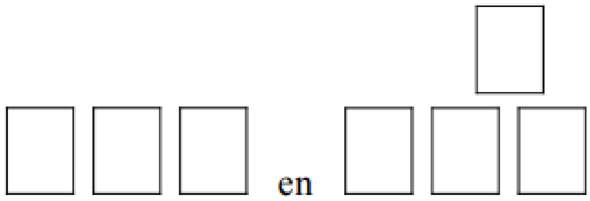
Uitwerkingen activiteiten

Activiteit 1.

Het tekenen van de twee mogelijkheden



Activiteit 2.

- Er is één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag en 0 blikken op de tweede laag en drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 1 blik op de tweede laag
- Er zijn drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 2 blikken op de tweede laag
- Er zijn drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 3 blikken op de tweede en/of derde laag
- Er zijn twee mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag en 1 blik op de derde laag; één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag en 2 blikken op de derde laag; één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag, 2 blikken op de derde laag en 1 blik op de vierde laag (dus in totaal $1+3+3+3+2+1+1=14$ mogelijke stapelingen)

Of

- Er is één mogelijke stapeling met 4 blikken op de onderste laag en 0 blikken op de tweede laag en drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 1 blik op de tweede laag
- Er zijn drie mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag en 2 blikken op de tweede laag
- Er zijn twee mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag, 2 blikken op de tweede laag en 1 blik op de derde laag
- Er zijn vijf mogelijke stapelingen met 4 blikken op de onderste laag, 3 blikken op de tweede laag en 0 of meer blikken op de derde en/of vierde laag (dus in totaal $1+3+3+2+5=14$ mogelijke stapelingen)

of

- Het vermelden of tekenen van de stapeling met alleen 4 blikken op de onderste laag en het vermelden of tekenen van de drie mogelijke stapelingen met in totaal 5 blikken
- Het vermelden of tekenen van de drie mogelijke stapelingen met in totaal 6 blikken
- Het vermelden of tekenen van de drie mogelijke stapelingen met in totaal 7 blikken
- Het vermelden of tekenen van de twee mogelijke stapelingen met in totaal 8 blikken, het vermelden of tekenen van de mogelijke stapeling met in totaal 9 blikken en het vermelden of tekenen van de mogelijke stapeling met in totaal 10 blikken (dus in totaal $1+3+3+3+2+1+1=14$ mogelijke stapelingen)

Activiteit 3.

$$C_0 = 1$$

$$C_1 = C_0C_0 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$C_2 = C_0C_1 + C_1C_0 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1 + 1 = 2$$

$$C_3 = C_0C_2 + C_1C_1 + C_2C_0 = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 2 + 1 + 2 = 5$$

$$C_4 = C_0C_3 + C_1C_2 + C_2C_1 + C_3C_0 = 1 \cdot 5 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 14$$

Activiteit 4.

Een product van n factoren ontstaat uit de vermenigvuldiging van x_1 met een product van $n-1$ factoren $x_2, x_3, \dots, x_n$, of als product van twee factoren x_1 en x_2 met een product van de $n-2$ factoren $x_3, x_4, \dots., x_n$, of als product van drie factoren x_1, x_2, x_3 met een product van de $n-3$ factoren $x_4, x_5, \dots, x_n$, enzovoorts.
Als we nu weten op hoeveel manieren producten van $1, 2, 3, .., n-1$ factoren zijn te maken dan kunnen we ook a_n, het aantal manieren waarop er een product van n factoren kunnen berekenen, bepalen voor $n \geq 1$.
Namelijk: $a_n = a_1 \cdot a_{n-1} + a_2 \cdot a_{n-2} + \cdots + a_{n-1} \cdot a_1$ voor $n \geq 1$.

Activiteit 5.

Bereken C_1 t/m C_4 met behulp van de gevonden formule.

$C_n = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1}$.

$C_1 = \binom{2}{1} - \binom{2}{2} = 2 - 1 = 1$

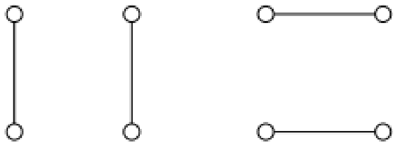
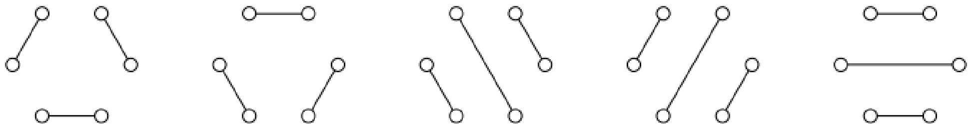
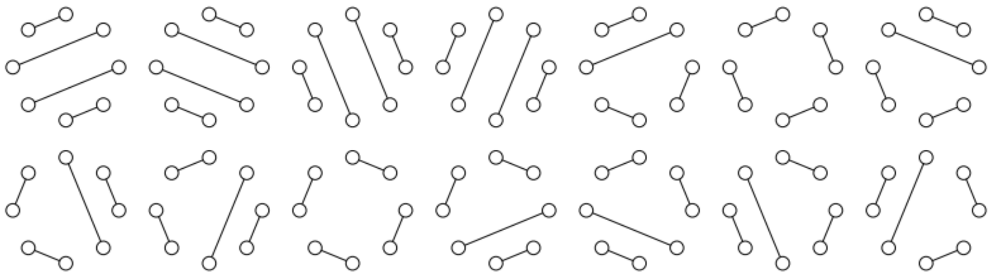
$C_2 = \binom{4}{2} - \binom{4}{3} = 6 - 4 = 2.$

$C_3 = \binom{6}{3} - \binom{6}{4} = 20 - 15 = 5.$

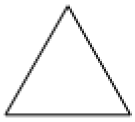
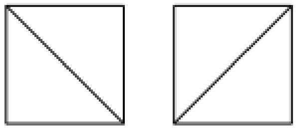
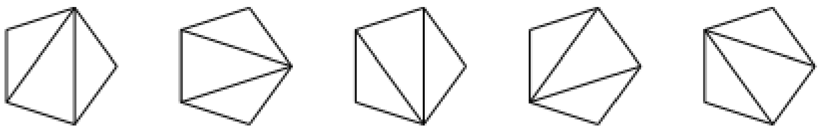
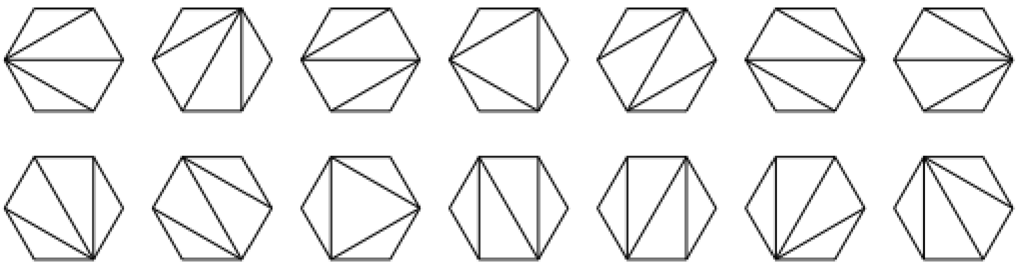
$C_4 = \binom{8}{4} - \binom{8}{5} = 70 - 56 = 14$

Uitwerkingen facultatief

Facultatief activiteit 1.

n	a_n	Mogelijkheden
1	1	
2	2	
3	5	
4	14	

Facultatief activiteit 2

n	a_n	**Mogelijkheden**
1	1	
2	2	
3	5	
4	14	

Facultatief activiteit 3.

Als er $2n$ mensen aan een tafel zitten. Kies dan willekeurig een persoon aan de tafel. Die persoon zal met iemand aan tafel de handen schudden. Om een patroon te ontdekken geldt: De persoon die iemand de hand schudt zal een even aantal mensen overlaten aan beide kanten van de persoon met wie hij handen schudt. Van de overgebleven $n-1$ paren heeft hij dan 0 mensen aan de rechterkant en $n-1$ paar aan de linkerkant. Of 1 aan de rechterkant en $n-2$ aan de linkerkant, etc. De paren links en rechts kunnen dan onafhankelijk van elkaar een van de mogelijke niet-kruisende handdrukken kiezen.
Dit komt overeen met:
$C_n = C_0 \cdot C_{n-1} + C_1 \cdot C_{n-2} + C_2 \cdot C_{n-3} + \ldots + C_1 \cdot C_{n-2} + C_0 \cdot C_{n-1}$ met $C_0 = C_1 = 1$

of

Veronderstel dat de mensen genummerd zijn van 1 tot $2n$ om de tafel, met de klok mee. We kunnen het aantal mogelijke manieren om handen te schudden ontleden aan met wie persoon 1 handen schudt. Als person 1 handen schudt met persoon 2, dan zullen de overgebleven $2n-2$ mensen handen schudden op C_{n-1} manieren. Als persoon 1 handen schudt met persoon 4, dan zullen personen 2 en 3 elkaar de hand kunnen schudden op $C_1 = 1$ manieren, en de overgebleven $2n-4$ personen kunnen dan nog op C_{n-2} manieren handen schudden etc.